

REPRÉSENTATION DES ENTIERS SIGNÉS SUR 4 bits

Objectifs :

- Savoir représenter un entier relatif avec le complément à deux

Problématique Nous savons encoder n'importe quel entier naturel sous la forme de *bits*. Si nous nous intéressons maintenant aux entiers négatifs, une question se pose « naturellement » : Comment un ordinateur peut-il représenter le symbole « - » de l'entier négatif -3 à partir des chiffres binaires 0 et 1 ?

1 Approche naïve

Une première solution serait de réserver le bit de poids le plus fort pour coder le signe du nombre : 1 pour négatif et 0 pour positif.

Par exemple, la séquence de 4 bits

1	1	0	1
---	---	---	---

 pourrait représenter le nombre $-(1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0) = -5$.

Travail à faire Pose l'addition $(0101)_2 + (1101)_2$ puis observe le résultat obtenu. Quel inconvénient de la représentation proposée constates-tu ?

2 Complément à deux

Principe Plutôt que de réserver un *bit* pour encoder le signe d'un entier, une représentation alternative consiste à encoder les entiers différemment selon leur signe.

Parmi les entiers pouvant s'écrire avec une séquence de 4 bits, on distingue :

- les entiers positifs ou nul, compris entre 0 et $2^3 - 1$, qui gardent la représentation binaire précédemment adoptée,
- Les entiers négatifs, compris entre -2^3 et -1 , qui sont représentés par leur **complément à 2^4** (abrégé en complément à deux).

Définition Le complément à deux d'un entier m s'écrivant avec 4 bits s'exprime comme $2^4 - |m|$ avec $|m|$ la valeur absolue de m .

Travail à faire Calcul le complément à deux de -5 sur 4 bits.

Algorithme Pour obtenir la représentation binaire du complément à deux d'un entier négatif m sur k bits :

1. Écrire $|m|$ en base 2 avec k bits.
2. Remplacer chaque bit à 0 par 1 et chaque bit à 1 par 0 pour obtenir le complément à 1.
3. Ajouter 1 au résultat précédemment obtenu (sans tenir compte de la retenue finale).

Travail à faire À partir du principe de représentation des entiers énoncé ci-dessus :

complément à 2				entier relatif
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
...	2
...	3
...	4
...	5
...	6
...	7
...	-8
...	-7
...	-6
...	-5
...	-4
...	-3
...	-2
...	-1

1. Utilise l'algorithme donné ci-dessus pour obtenir la représentation binaire du complément à deux de -5. Vérifie ton résultat avec la question précédente.
2. Recopie sur ton carnet de bord le tableau ci-contre puis complète-le en utilisant l'algorithme dans le cas des entiers négatifs.
3. Compare le *bit* de poids le plus fort des entiers positifs ou nul à celui des entiers négatifs. Que remarques-tu ?
4. Pose l'addition de 3 et -5 avec leur représentation en complément à deux . Quel est le signe du nombre obtenu ?
5. Applique une nouvelle fois l'algorithme de représentation binaire du complément à deux sur la somme obtenue. Que remarques-tu ?