

Représentation des données : types et valeurs de base

Encodage des entiers naturels

J. Boucher

Lycée Pierre-Paul RIQUET, Première NSI

24 octobre 2024

Plan

- 1 II. Représentation des entiers relatifs
 - 1. Le complément à deux
 - 2. Encodage des entiers relatifs

1. Le complément à deux

Complément à deux

Le complément à deux d'une séquence de k bits s'obtient en inversant la valeur des k bits puis en ajoutant 1 à la séquence obtenue (sans tenir compte de la retenue finale).

Complément à deux sur 3 bits de 011

Pour obtenir le complément à deux de 011 :

- **Inversion des bits (ou complément à 1)** : on remplace tous les 0 de la séquence de bits par des 1 et les 1 par des 0.

La séquence 011 s'écrit donc comme 100.

- **Addition** :

$$\begin{array}{r}
 1 \ 0 \ 0 \quad (\text{complément à 1 de } 011) \\
 + \qquad \qquad 1 \\
 \hline
 1 \ 0 \ 1
 \end{array}$$

Le complément à deux de 011 est donc 101.

2. Encodage des entiers relatifs

Encodage des entiers relatifs sur k bits

- Pour encoder les **entiers relatifs** sur k bits, ou *entiers signés* (*signed integer* en anglais), on utilise généralement l'**encodage du complément à deux** :
 - la représentation des entiers positifs ou nul de 0 à $2^{k-1} - 1$ ne change pas ;
 - la représentation des entiers négatifs de -1 à -2^{k-1} sont représentés par leur complément à deux.
- Pour encoder un entier négatifs m , on prend le complément à deux de $|m|$.
- Pour déterminer quel est l'entier négatif m représenté par une séquence de k bits donnée en complément à deux, il suffit de lui appliquer à nouveau une opération de complémentation à deux et de prendre l'opposé du résultat.

$$2^k - (2^k - |m|) = |m|$$

2. Encodage des entiers relatifs

Encodage des entiers relatifs sur 4 bits

- Sur 4 bits, on peut encoder tous les entiers relatifs de $\underbrace{-2^{4-1}}_{-8}$ à $\underbrace{2^{4-1} - 1}_7$.

complément à 2				entier relatif
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	2
0	0	1	1	3
0	1	0	0	4
0	1	0	1	5
0	1	1	0	6
0	1	1	1	7
1	0	0	0	-8
1	0	0	1	-7
1	0	1	0	-6
1	0	1	1	-5
1	1	0	0	-4
1	1	0	1	-3
1	1	1	0	-2
1	1	1	1	-1

- Les entiers positifs ou nul ont tous leur bit de poids le plus fort à 0 : leur encodage ne change pas
- Les entiers négatifs ont tous leur bit de poids le plus fort à 1 : ils sont encodés par leur complément à deux.

2. Encodage des entiers relatifs

Avantage de la représentation par complément à deux :

- Il suffit d'un test d'égalité sur le bit de poids le plus fort pour connaître le signe d'un entier.
Par exemple, 101101 représente un entier négatif puisque son bit de poids le plus fort est égal à 1 .
- Contrairement à d'autre représentation possible, la représentation de 0 en complément à deux est unique.
- On peut appliquer l'algorithme d'addition exactement de la même manière qu'avec les entiers naturels.

$$\begin{array}{rcccc}
 0 & 1 & 0 & 0 & \text{(représentation de 4)} \\
 + & 1 & 0 & 1 & \text{(représentation de } -5 \text{ en complément à deux)} \\
 \hline
 1 & 1 & 1 & 1 & \text{(représentation de } -1 \text{ en complément à deux)}
 \end{array}$$